LP31 : Interférences à 2 ondes en optique

Kevin CAIVEAU

6 novembre 2014

Niveau

L3

Prérequis

- description ondulatoire de la lumière : OEM résultant de la propagation de $\mathbf{E}$ et $\mathbf{B}$ couplés.
- relation de structure pour une OPPM.
- représentation scalaire d'une onde lumineuse : $\mathbf{E} = \psi(M,t)\,\mathbf{e}_p$
- notion de chemin optique : $[AB] = \int_A^B n(s)\,ds$
- relation entre déphasage et chemin optique : $\varphi_B = \varphi_A + \frac{2\pi}{\lambda_0}\,[AB]$
- théorème de Malus.
- vecteur de Poynting : $\mathbf{\Pi} = n\varepsilon_0 c\mathbf{E}^2\mathbf{e}_z$

Objectifs

- Connaître en ODG les temps de réponse de l'oeil et des capteurs usuels.
- Relier l'intensité à la moyenne temporelle du carré de la grandeur scalaire de l'optique.
- Connaître la formule de Fresnel : $I = I_1 + I_2 + \sqrt{I_1 I_2} cos\phi$ et justifier son utilisation par la cohérence des deux ondes.
- Notion de cohérence temporelle : classifier différentes sources lumineuses (lampe spectrale basse pression, laser, source de lumière blanche) en fonction du temps de cohérence de leurs diverses radiations et connaître quelques ODG des longueurs de cohérence temporelle associées. Utiliser la relation $\tau.\Delta\nu \sim 1$ pour relier le temps de cohérence et la largeur spectrale $\Delta\nu$ de la radiation considérée.
- Connaître un dispositif à division du front d'onde : les trous (fentes) de Young.
- Définir l'ordre d'interférences, l'interfrange, le contraste.
- Notion de cohérence spatiale : associer la cohérence spatial aux dimensions géométriques de la source.

Plan

Introduction

Jusqu'au $XVII^{ème}$ siècle, la lumière est conçue comme un jet de particules lumineuses émises par un objet et captés notre œil. La formation des images est alors expliquée par le modèle de l'optique géométrique : les photons se propagent le long de trajectoire appelées rayons lumineux, ces dernières étant rectilignes si le milieu est homogène. Au $XVII^{ème}$ siècle, Huygens est le premier à observer attentivement l'étalement de la lumière lorsqu'elle rencontre un petit objet ou obstacle : c'est le phénomène de diffraction qui a déjà été abordée en TS (*faire traverser un faisceau laser à travers un trou*). Pour rendre compte de ce phénomène, il propose un modèle ondulatoire pour la lumière mais il faudra attendre le $XIX^{ème}$ pour que son idée soit reprise pour rendre compte de ces faits expérimentaux mettant en défaut l'optique géométrique.

Une de ces expériences est celle des fentes de YOUNG (*réaliser l'expérience avec un laser*). Derrière la bifente on observe une alternance de raies sombres et brillantes, à la place de l'image géométrique des fentes. Ces raies sont contenues dans une enveloppe de diffraction, inévitable dans de nombreux cas où l'on étudie le phénomène interférences lumineuses comme ici. Elle fera l'objet d'une leçon ultérieure : on ne s'intéresse qu'à l'alternance de raies.

Le phénomène d'interférences ne se rencontre pas qu'au laboratoire mais aussi dans la vie de tous les jours notamment lorsque la lumière se réfléchie sur des lames minces (quelques microns). En effet, tout le monde a déjà observé l'apparition de nombreuses couleurs appelées irisations sur la paroi d'une bulle de savon, sur un film d'huile surnageant à la surface d'une flaque d'eau ou même sur les ailes de certains insectes (*montrer des images*). On se demande :

Comment la description ondulatoire de la lumière permet-elle de rendre compte du phénomène d'interférences lumineuses ?

Si l'optique géométrique a mis si longtemps à être mise en défaut c'est bien parce que ce phénomène n'est pas si facile que cela à être visualisé, mais alors dans quelles conditions observe-t-on des interférences ?

Quels sont les dispositifs à la disposition du physicien pour étudier les interférences ?

A Phénomène d'interférences lumineuses.

A.1 Détecteurs optiques.

A.1.1 Les détecteurs et puissance moyenne.

Les détecteurs sont sensibles à la puissance moyenne reçue sur une durée égale à son temps de réponse :

$$s(t) = f(<\| \overrightarrow{\Pi} \|.S>_{\tau_R}) \quad avec \quad \begin{array}{cl} \overrightarrow{\Pi} & : vecteur\ de\ Poynting \\ S & : surface\ du\ détecteur \end{array}$$

On appelle intensité lumineuse reçue $I = <\| \overrightarrow{\Pi} \|>_{\tau_R} \Rightarrow s(t) = f(I)$: I est la grandeur pertinente pour décrire le phénomène d'interférences lumineuses.

Pour une OPPM : $I = K <\| \overrightarrow{E}^2 \|>_{\tau_R}$: les détecteurs optiques sont sensibles au carré de $\overrightarrow{E}$.(Expérience de Wiener, pour montrer la sensibilité au carré du champ électrique et non au champ magnétique)

A.1.2 Temps de réponses : quelques ODG.

détecteur	œil	photodiode / CCD / photomultiplicateur
τ_R(s)	1/20	10^{-6} à 10^{-10}

$T \sim 10^{-14}s << \tau_R$ on est sensible à la valeur moyenne de $\overrightarrow{E}$ et non à la phase.
Intensité reçue par le détecteur : $I(M) = \frac{KA^2}{2}$.

A.2 Terme d'interférences.

Principe de superposition : $\overrightarrow{E}(M,t) = \overrightarrow{E}_1(M,t) + \overrightarrow{E}_2(M,t)$.

A.2.1 Intensité résultante.

$\overrightarrow{E}^2(M,t) = \psi_1^2(M,t) + \psi_2^2(M,t) + 2\,\psi_1(M,t)\,\psi_2(M,t)\,\overrightarrow{e_{p1}}.\overrightarrow{e_{p2}}$

$$I = I_1 + I_2 + I_{12} \text{ avec } \begin{array}{ll} I_1 = K < \psi_1^2(M,t) >_{\tau_R} & \\ I_2 = K < \psi_2^2(M,t) >_{\tau_R} & \\ I_{12} = 2 < \psi_1(M,t)\,\psi_2(M,t) >_{\tau_R} \overrightarrow{e_{p1}}.\overrightarrow{e_{p2}} & terme\ d'interférences \end{array}$$

- si $\overrightarrow{e_{p1}} \perp \overrightarrow{e_{p2}}$ alors $I_{12} = 0$: il n'y a pas d'interférences. Par la suite, on décrit la lumière par une onde scalaire (on s'intéresse qu'à l'amplitude du champ électrique).
- On montre que $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1\,I_2} < cos(\,\Omega_- t + \varphi_-\,) >_{\tau_R >> T_1, T_2}$ avec $\begin{array}{l} \Omega_- = \omega_2 - \omega_1 \\ \varphi_- = \varphi_2 - \varphi_1 \end{array}$.

A.2.2 Analyse du terme d'interférences.

Cas 1 : $\omega_1 \neq \omega_2$ (le plus courant)

$< cos(\,\Omega_{-}t\, +\, \varphi_{-}\,) >_{\tau_R >> T_1, T_2} = 0 \quad \Rightarrow I_{12} = 0.$

On retrouve l'optique géométrique.

Exemple : calculer les longueurs d'ondes extrême d'une raie de largeur relative $\frac{\Delta\nu}{\nu} \sim 10^{-5}$. Montrer que le ΔT reste petit devant τ_R.

Cas 2 : $\omega_1 = \omega_2 \quad \Rightarrow \Omega_{-} = 0$

Formule de Fresnel : $I(M) \,=\, I_1(M) \,+\, I_2(M) \,+\, 2\,\sqrt{I_1(M)\,I_2(M)}\,cos\phi$

B Conditions d'obtention des interférences.

On a supposé ϕ indépendant du temps. Il faut revenir sur son expression :

$$\phi \,=\, [\varphi_{20}(t) \,-\, \varphi_{10}(t)] \,+\, \frac{2\,\pi}{\lambda}\,\delta$$

Pour comprendre la dépendance temporelle du déphasage à l'origine, il faut revenir sur le processus d'émission de la lumière.

B.1 Modèle des trains d'onde.

On associe au photon un train d'onde caractérisé par :

- une émission avec une phase à l'origine aléatoire.
- une durée finie (temps de désexcitation d'un atome).

Quelques valeurs de τ_c :

source	laser He-Ne	lampe spectrale	lampe à incandescence
τ_c (s)	10^{-7}	10^{-11}	10^{-14}

B.2 Déphasage aléatoire des trains d'onde : nécessité d'une source primaire.

Si on utilise 2 sources différentes de même fréquence$\varphi_{20}(t) - \varphi_{10}(t)$ varie aléatoirement et rapidement devant le temps de réponse des détecteurs d'où $I_{12} = 0$.

Conclusion : pour s'affranchir des variations temporelles des déphasages à l'origine, on construit deux sources secondaires cohérentes à partir d'une source primaire unique. Dès lors :

$$I_{12} = 2\,\sqrt{I_1(M)\,I_2(M)}\,cos\phi \;\; avec \;\; \phi = \frac{2\,\pi}{\lambda}\,\delta$$

En pratique, 2 types de dispositifs : division du front d'onde et d'amplitude.

B.3 Durée du train d'onde : notion de cohérence temporelle.

En plus de la superposition de 2 ondes issues d'une source primaire, il faut que ces ondes soient issues du même train d'onde sinon le déphasage varie de nouveau aléatoirement. Cela impose :

$$\delta \,<\, \delta_{max} = c\,\tau_c = L_c \;:\; \textit{longueur de cohérence temporelle}$$

(schéma des trains d'onde Hecht, « Optique »)

C Systèmes interférentiels à division du front d'onde.

C.1 Dispositifs de Young.

C.1.1 Trous de Young.

Schéma, description du dispositif.

C.1.2 Des trous de Young aux fentes de Young.

Invariance dans la direction des franges => en substituant les trous par des fentes parallèles aux franges renforce l'intensité de la figure d'interférence. En pratique on utilise des fentes de YOUNG gagner en luminosité.

C.2 Différence de marche.

$$\delta = [SM]_2 - [SM]_1 = ... = \frac{a\,x}{D}$$

C.3 Intensité lumineuse.

I, tracé de la courbe I(x), commenter interférences constructives et destructives.

C.4 Franges d'interférences.

Allure rectiligne des franges, frange brillante, frange sombre.

C.5 Ordre d'interférences et interfrange.

$$p(M) = \frac{\phi(M)}{2\,\pi} \qquad \Longleftrightarrow \qquad p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0}$$

frange brillante : p entier
frange sombre : p demi-entier.
interfrange i : distance séparant 2 franges brillantes successives (franges d'ordre p et p+1).

$$i = x_{p+1} - x_p = ... = \frac{\lambda_0\,D}{a}$$

C.6 Contraste.

Définir le contraste, contraste max pour $I_1 = I_2$.

D Retour sur la notion de cohérence.

D.1 Source étendue spatialement : notion de cohérence spatiale.

D.1.1 Élargissement dans la direction des franges.

Tous les points sources sont équidistants des 2 trous de Young $\Longrightarrow$ δ reste inchangée $\Longrightarrow$ superposition incohérente parfaite des figures d'interférences : on gagne en contraste !

D.1.2 Point source décalé dans la direction normale des franges.

Schéma avec 1 point source d'abscisse x_s.
Différence de marche en un point M de l'écran :

$$\delta(M) = [SM]_2 - [SM]_1 = ... = \frac{a\,x_s}{d} + \frac{a\,x}{D} \quad avec \;\; d : distance\ source - trous$$

Ordre d'interférence en M :

$$p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{a\,x_s}{\lambda_0\,d} + \frac{a\,x}{\lambda_0\,D}$$

Où se trouve désormais la frange d'ordre 0 ($\delta = 0$) produite par la source S décalée de x_s ?

$$p_0 = 0 = \frac{a\,x_s}{\lambda_0\,d} + \frac{a\,x_0}{\lambda_0\,D} \Longrightarrow x_0 = -\frac{D}{d}\,x_s$$

La figure d'interférence est décalée vers le bas. Conséquence : si on élargit la source la superposition des figures d'interférences décalés peut conduire au brouillage de la figure d'interférence. On dit alors qu'il y a perte de cohérence spatiale !

D.1.3 Condition d'observation d'interférences : notion de cohérence spatiale.

Schéma source largeur largeur h.

On cherche un critère donnant la largeur maximale de la source pour laquelle les interférences sont observables.

Ordre d'interférence en M(x) dû au ondes issues de S_i :

$$p(S_i \to M) \;=\; \frac{a\,x_s}{\lambda_0\,d} + \frac{a\,x_0}{\lambda_0\,D}$$

Critère semi-quantitatif : les franges restent visible tant que la variation d'ordre d'interférences entre les ondes issues des points sources S_1(située en h/2) et S_0 (située au centre) reste inférieure à 1/2. (Le justifier qualitativement par un schéma représentant I=f(x) avec les 2 systèmes de franges anticoïncidents).

$$|\Delta p| \;=\; |p(S_1 \to M) - p(S_0 \to M)| \;\leqslant\; \frac{1}{2}$$

Soit :

$$|\Delta p| \;=\; ... \;=\; \frac{a\,h}{2\,\lambda_0\,d} \;\leqslant\; \frac{1}{2} \quad ou\,encore \quad h \;\leqslant\; \lambda_0\,\frac{d}{a} \;=\; l_s$$

La largeur de cohérence spatiale l_s dépend de :

- λ_0.
- la distance entre les trous.
- la distance entre la fente source et les trous. On voit que lorsque $d \gg a$, on peut assimiler la fente à un point source. Cela explique la grande cohérence spatiale du laser : en effet, pour un faisceau de lumière parallèle la source est à l'infinie !

D.2 Source à spectre étendu : retour sur la notion de cohérence temporelle.

D.2.1 Condition d'observation d'interférences : notion de cohérence temporelle.

On considère une source ponctuelle de profil spectral rectangulaire de largeur $\Delta\nu$ centrée en ν_0.

Chaque fréquence produit son propre système de franges et on visualise la superposition incohérente des figures d'interférences.

Différence de marche en M(x) :

$$\delta(M) \;=\; \frac{a\,x}{D}$$

Ordre d'interférences :

$$p(\nu, M) \;=\; \frac{\delta(M)}{\lambda_0} \;=\; \frac{\delta(M)\,\nu}{c}$$

En utilisant le critère énoncé précédemment :

$$|\Delta p| \;=\; |p(\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2},\, M) - p(\nu_0,\, M)| \;\leqslant\; \frac{1}{2}$$

Conduit à :

$$|\delta(M)| \;\leqslant\; \frac{c}{\Delta\nu} \;=\; L_c \quad avec \;\; L_c \;:\; Longueur\,de\,coh\acute{e}rence\,temporelle$$

On trouve une nouvelle expression de la longueur de cohérence temporelle introduite précédemment avec le modèle des trains d'onde.

D.2.2 Largeur spectrale et durée d'un train d'onde.

La durée d'un train d'onde est liée à la largeur spectrale de la source :

$$\tau_c = \frac{1}{\Delta\nu}$$

On comprend pourquoi les lasers (1 raie étroite) ont une longueur de cohérence temporelle bien plus grande que celle d'une lampe à incandescence (spectre large).

Conclusion

Pour conclure, le phénomène d'interférences intervient dès lors que l'intensité lumineuse produite par la superposition de deux faisceaux de lumière n'est pas égal à la somme des intensités (elle varie de 0 - pas de lumière - jusqu'à $4I_0$). Compte-tenu de leur temps de réponse, les récepteurs optiques ne sont pas sensibles à la phase du champ électrique mais à la valeur moyenne de son carré. Nous avons montré que la répartition de l'intensité lumineuse était alors donnée par la relation de Fresnels.

Nous nous sommes ensuite intéressés aux conditions expérimentales pour visualiser des interférences lumineuses. Nous avons montré avec le modèle du train d'onde la nécessité d'une source primaire unique. L'onde lumineuse émise par cette source est ensuite divisée, elle emprunte deux voies différentes avant de se recouvrir. Il existe deux méthodes permettant de diviser la lumière donnant deux grands types d'interféromètres : les interféromètres à division du front d'onde ou à division d'amplitude. Nous nous sommes limités dans cette leçon à l'étude d'un dispositif à division du front d'onde, l'autre type de dispositif faisant l'objet d'une autre leçon.

C'est ainsi que nous avons étudié le dispositif des trous de Young, l'étude de celui-ci se justifie non seulement par des raisons historiques mais aussi par le fait que tout interféromètre par division du front d'onde peut se modéliser par des trous de Young que ce soit le miroir de Lloyd, les miroirs de Fresnels ou encore la bilentille de Billet. A travers, l'étude de ce cas particulier, nous avons introduit un certain nombre de grandeurs utiles pour caractériser le phénomène d'interférences qui sont l'ordre d'interférences, l'interfrange ou encore le contraste.

Enfin, nous nous somme intéressés à la notion de cohérence. Nous avons d'abord montré que si l'usage d'une source unique était nécessaire, ce n'était une condition suffisante. En effet, il faut que les ondes qui interfèrent soient issues du même trains d'onde : on dit alors qu'il y a cohérence temporelle. Nous avons établi un lien entre la durée d'un trains et l'étendue spectrale de la source. Dès lors, la perte de cohérence temporelle peut également être vu comme un brouillage mutuel des figures d'interférences produite par chacune des fréquences du spectre de la source. Cela explique pourquoi les lasers permettent de visualiser plus facilement le phénomène d'interférences que les lampes spectrales et à incandescence. Ensuite, nous avons vu que l'étendue spatiale de la source limite également le phénomène d'interférences. On a alors défini la longueur de cohérence spatiale comme la largeur maximal de la source pour laquelle le phénomène d'interférences reste observable. Tant que la largeur de la source reste inférieure à cette longueur caractéristique il y a cohérence spatiale.

Bibliographie

[1] PC-PC*, Tec et Doc (nouveau).

[2] Hprépa optique ondulatoire, 2ème année, Hachette supérieur.

[3] Cap prépa 2ème année, physique PC-PC*, Pearson.

[4] Optique, une approche expérimentale et pratique, S. HOUARD, De Boeck.

[5] Optique, E. Hecht, Pearson.

[6] Sextant optique expérimentale, Hermann.