LP33 : Interférences à deux ondes en optique

Kévin Ehrhardt

12 novembre 2015

Niveau

L3

Prérequis

— Propriétés des ondes électromagnétiques.

Objectifs

— Comprendre l'origine physique des interférences.
— Réaliser que les interférences sont omniprésentes, mais que leur observation nécessite des conditions particulières.
— Faire le lien entre ces conditions et les notions de cohérence mutuelle, temporelle et spatiale.
— Connaître un dispositif expérimental pour les mettre en évidence.

Introduction

L'optique géométrique est insuffisante pour rendre compte de certains phénomènes lumineux, comme le phénomène de diffraction. Il faut alors faire appel à un nouveau cadre théorique, l'optique ondulatoire, pour les décrire. Un autre phénomène lié à cette nature ondulatoire se manifeste parfois dans la vie quotidienne : le phénomène d'interférences. On peut le résumer par « l'équation » : lumière + lumière = lumière ou obscurité. Ce phénomène est par exemple responsable de l'irisation des bulles de savon, des films d'huile surnageant à la surface de l'eau ou encore de la nacre. Ces manifestations mettent toutes en jeu la réflexion ou la transmission de la lumière par des lames minces ($< \ \mu$m).

L'objet de ce cours va être de comprendre l'origine des interférences et ce qui les limitent, puisque leur manifestation requiert des conditions strictes.

1 Superposition de deux ondes monochromatiques

1.1 Conditions nécessaires pour obtenir des interférences

Soient deux ondes monochromatiques,

$$\underline{\mathbf{E_1}} = \underline{A}_1 \mathrm{e}^{-i\omega_1 t} \mathbf{e_1} \qquad \text{avec} \qquad \underline{A}_1 = A_1 \mathrm{e}^{i\phi_1} \tag{1}$$

$$\underline{\mathbf{E_2}} = \underline{A}_2 \mathrm{e}^{-i\omega_2 t} \mathbf{e_2} \qquad \text{avec} \qquad \underline{A}_2 = A_2 \mathrm{e}^{i\phi_2}. \tag{2}$$

En un point de l'espace donné, le champ électrique total vaut, par linéarité des équations de Maxwell,

$$\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{E_1}} + \underline{\mathbf{E_2}}. \tag{3}$$

L'éclairement est donné par le flux du vecteur de Poynting $\mathbf{\Pi}$. Il est proportionnel à l'intensité $I = |\underline{\mathbf{E}}|^2$,

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}. \tag{4}$$

Il y a interférences dès que ce terme croisé est non nul.

$$I_{12} = 2\,\mathrm{Re}\left(A_1 A_2 \mathrm{e}^{i(\phi_2-\phi_1)} \mathrm{e}^{i(\omega_2-\omega_1)t}\right)(\mathbf{e_1}\cdot\mathbf{e_2}) \tag{5}$$

Conditions nécessaires pour interférences :
- $(\mathbf{e_1}\cdot\mathbf{e_2}) \neq 0$, ondes de même polarisation.
- Existence d'une relation de phase entre ϕ_1 et ϕ_2, phases corrélées.

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\phi)\cos((\omega_2-\omega_1)t) \tag{6}$$

Pourtant, pas d'interférences visibles en pratique ! Conditions nécessaires mais pas suffisantes pour l'observation.

1.2 Interférences de deux ondes planes harmoniques

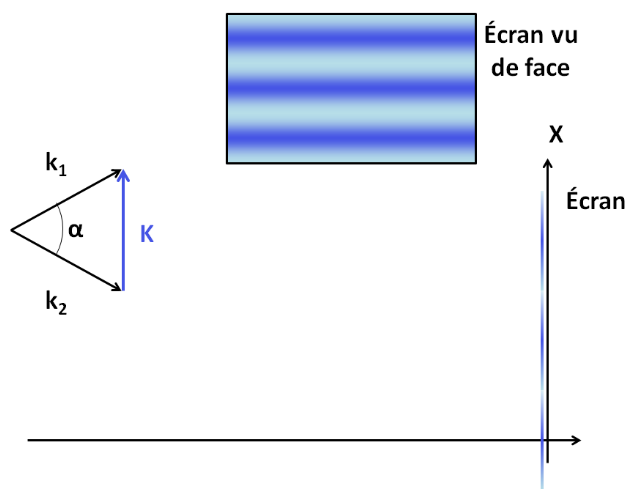

Figure 1 – Schéma de la situation.

On pose les conditions suivantes :
- $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$
- $k_1 = k_2 = k_0 = 2\pi/\lambda_0$
- $n = 1$
- $I_1 = I_2 = I_0$

Vecteur d'onde interférence $K = 2k\sin\frac{\alpha}{2}$.

Ondes planes d'amplitude

$$\underline{A}_1 = A_1 \mathrm{e}^{i((\mathbf{k_1}\cdot\mathbf{r})+\varphi_1)} \tag{7}$$
$$\underline{A}_2 = A_2 \mathrm{e}^{i((\mathbf{k_2}\cdot\mathbf{r})+\varphi_2)}. \tag{8}$$

Le déphasage est donc

$$\Delta\phi = \mathbf{K}\cdot\mathbf{r} + \Delta\varphi = KX + \Delta\varphi, \tag{9}$$

L'intensité est alors

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\phi = 2I_0\left[1 + \cos\left(2\pi\frac{X}{i} + \Delta\varphi\right)\right] \tag{10}$$

avec l'interfrange

$$i = \frac{\lambda}{2\sin(\alpha/2)}. \tag{11}$$

Si α est petit, alors

$$i = \frac{\lambda}{\alpha} = \frac{\lambda D}{a} \tag{12}$$

Franges d'allure rectiligne, régulièrement espacées de i.

On définit le contraste

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}. \tag{13}$$

$C = 1$ si $I_1 = I_2$.

1.3 Ordres de grandeur caractéristiques

Fréquences optiques

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3.10^8}{3.10^{-7}} = 10^{15}\ \text{Hz} \tag{14}$$

$$T = 10^{-15}\ \text{s} \tag{15}$$

Extrêmement rapide.

Réponse de détecteurs

— œil ~$\frac{1}{20}$ s

— Caméra CCD ~$10^{-9} - -10^{-10}$ s

D'où $T_d \gg T$. Les détecteurs délivrent une réponse moyenne. Ils ne sont pas sensibles au champ mais à son énergie (éclairement).

$$\langle I\rangle_{T_d} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\langle\cos\Delta\phi\rangle_{T_d} \tag{16}$$

2 Visualiser les interférences : notions de cohérence

Il existe un terme oscillant dans l'expression de I_{12}, $\exp(i(\omega_2 - \omega_1)t)$. Au vu des fréquences optiques, il est nécessaire d'avoir $\omega_2 = \omega_1$ afin d'éviter son moyennage au cours du temps. C'est une première condition d'observation des interférences.

2.1 Modèle des trains d'onde

L'émission de lumière ne se fait pas en continu. Dans une lampe à incandescence, filament chauffé à blanc. Les atomes acquièrent de l'énergie et la restituent sous forme lumineuse. Au niveau atomique, source ON/OFF constamment (voir figure 2). L'écart temporel ΔT entre deux trains d'ondes est aléatoire (centré autour d'une valeur moyenne de l'ordre de la nanoseconde).

Interférence entre deux trains d'onde :

$$\langle I\rangle_{T_d} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\langle\cos\Delta\phi(t)\rangle_{T_d} \tag{17}$$

$\langle\cos\Delta\phi(t)\rangle_{T_d}$ s'annule en moyenne car $\Delta\phi(t) = \phi_2(t) - \phi_1(t)$ décrit un processus aléatoire.

Les interférences sont moyennées au cours du temps et disparaissent. Lumière incohérente.

Pour observer des interférences, on doit « stabiliser » $\Delta\phi(t)$. Existence d'une relation de phase entre les ondes qui interfèrent : c'est la notion de cohérence. 3 niveaux de cohérence.

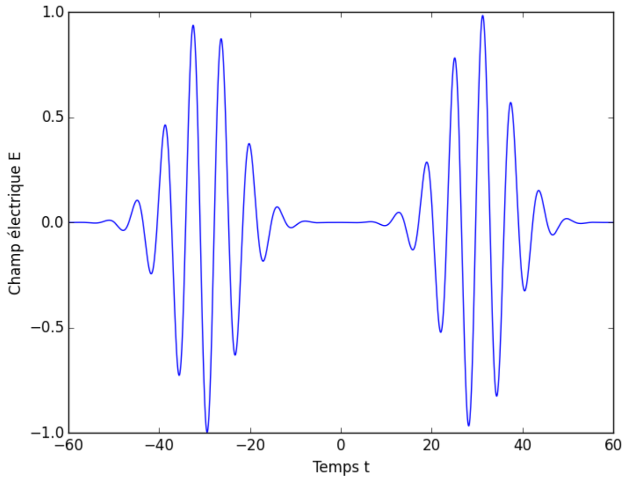

FIGURE 2 – Représentation de deux trains d'ondes.

2.1.1 Cohérence mutuelle de deux sources

Interférences = deux sources. Si indépendantes, chacune possède son propre processus aléatoire et elles sont incohérentes entre elles. Synchroniser des sources primaires est difficilement réalisable.

On crée 1 ou 2 sources secondaires images d'une source primaire (par miroirs, diffraction, etc.). On a alors une relation de phase entre les sources : cohérence mutuelle.

2.1.2 Cohérence temporelle et longueur de cohérence temporelle

Si la différence de marche δ entre 2 trains d'onde trop importante, ils ne peuvent plus interférer. Or un train d'onde n'est cohérent qu'avec son train d'onde image. Notion de cohérence temporelle : émission d'un train d'onde de durée finie τ_c. τ_c est un temps de cohérence. Longueur associée $L_c = c\tau_c$.

Condition d'interférences :

$$\delta \leq L_c = c\tau_c \tag{18}$$

Sources	Lampe à incandescence	Lampe spectrale	Laser He-Ne
τ_c(s)	10^{-14}	10^{-11}	10^{-8}
L_c(m)	10^{-6}	10^{-3}	10^{0}

Ordres de grandeur

2.1.3 Lien entre cohérence temporelle et largeur spectrale de la source

La durée du train d'onde τ_c est directement reliée à la largeur spectrale de la source $\Delta\nu$ par $\tau_c\Delta\tilde{\nu}1$ (Transformée de Fourier) donc

$$\tau_c\tilde{}\frac{1}{\Delta\nu} \tag{19}$$

- Lampe à incandescence : spectre de corps noir, $\Delta\nu$ grand, cohérence faible.
- Laser : très sélectif en longueur d'onde, grand temps de cohérence.
- Onde plane monochromatique : cohérence temporelle infinie.

2.2 Cohérence spatiale

En pratique, les sources ne sont généralement pas ponctuelles mais étendues. Impact sur la cohérence, dite spatiale.

Source étendue = somme de sources ponctuelles incohérentes entre elles.

Si ΔS trop grand, brouillage des franges d'interférences, éclairement uniforme. Critère similaire au critère de Rayleigh.

On peut définir une longueur de cohérence spatiale L_s, ce qui donne une nouvelle condition,

$$\Delta S \leq L_s = \frac{\lambda d}{2a} \tag{20}$$

3 Un exemple de système interférentiel : les fentes d'Young

Les montages permettant de générer des interférences sont de deux types :

- Systèmes à division du front d'onde : interférences de deux parties distinctes du front d'onde.
- Systèmes à division d'amplitude : séparation d'un faisceau en deux que l'on fait interférer. (Objet d'une leçon dédiée)

Dispositif de Young On éclaire une bifente à l'aide d'un laser (grande cohérence). Les fentes se comportent comme des sources secondaires qui interfèrent entre elles. En considérant des fentes infiniment fines, on peut supposer que les sources sont parfaitement sphériques (ou, équivalent, on ne regarde que ce qui se passe proche de l'axe optique, de sorte que l'éclairement soit uniforme).

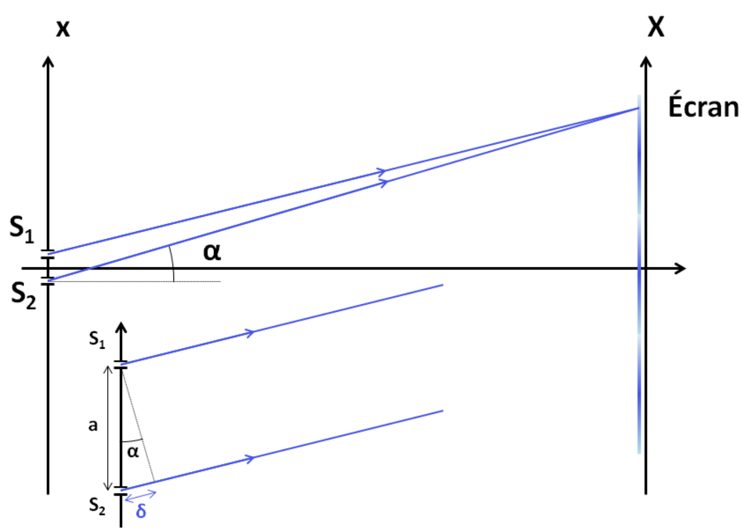

FIGURE 3 – Schéma du dispositif de Young et zoom sur la bifente.

[Suggestion pour le calcul de δ : ne pas considérer le cas limite de Fraunhofer, mais faire le calcul réel et passer au développement limité]

$$I(X) = \frac{I_0}{2}\left[1 + \cos(2\pi\frac{aX}{\lambda D})\right] \tag{21}$$

Discuter expérimentalement (interfrange, etc.). Discuter des applications.

Références (+ suggérées)

[1] H.Prépas, Optique ondulatoire, par Brébec et al.
[2] Cap prépa, Physique PC / PC*, Pearson, V. Renvoizé, 2010.
[3] Physique PC / PC*, Dunod, Sanz et al, 2014

[4] Optique, Hecht, Pearson
[5] Optique, S. Houart, De Boeck
[6] Optique expérimentale, Sextant, Hermann.
[7] Physique, MPSI-PCSI-PTSI, M.Cavelier, J.Cubizolles et al, VUIBERT
[8] Les Nouveaux Précis, MPSI-PCSI-PTSI, P.Brenders, C.Clerc et al, BRÉAL