

Montage 34 : Phénomènes de transport

Nicolas-Alexandre Goy

Le 4 Mai 2017

Bibliographie :

[1] : *Dictionnaire de physique expérimentale, tome 2 : Thermo*, L.Quaranta, Édition Pierrons

INTRODUCTION : Les phénomènes de transport sont omniprésents dans notre quotidien. Dès que nous voulons ajouter du sucre dans notre café, nous touillons avec une cuillère afin de répartir les morceaux de sucre dans toute la solution. De plus, nos bâtiments sont conçus (laine de verre) afin d'isoler nos pièces pour éviter d'avoir trop froid l'hiver ou trop chaud l'été : à partir de là, nous pouvons définir une certaine résistance thermique vis à vis du transport de la chaleur. De manière générale l'échelle caractéristique pour tous les phénomènes diffusifs correspond à : $L^2 \sim Dt$ où t est le temps caractéristique qu'il faut attendre pour qu'une perturbation se diffuse à une distance L de la source. L'énergie et l'information peuvent se transporter via une onde électromagnétique : c'est le rayonnement thermique. Nous allons étudier tout ces phénomènes.

I. Diffusion du glycérol dans l'eau

Nous allons étudier un système constitué d'une couche de glycérol dilué à 10% en volume et d'une couche d'eau toute deux dans une cuve de $l = (3,0 \pm 0,2)cm$ de longueur. Le glycérol étant plus dense que l'eau, celui-ci se retrouve en dessous de celle-ci. La réalisation pratique de ce système à l'instant $t = 0$ se fait en réalisant une couche d'eau d'environ 2cm de hauteur, et en introduisant tout doucement du glycérol par le fond de la cuve à l'aide d'une burette plongeant dans celle-ci. L'interface eau-glycérol à l'instant initial (et "avant" la diffusion) est repérée par $z = 0$. Le glycérol étant miscible avec l'eau, il va se diffuser au sein de celle-ci.

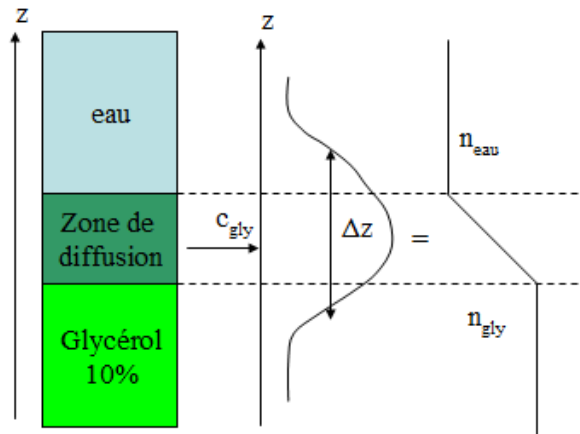


Figure 1: Schéma du système à étudier.

En utilisant l'équation de diffusion pour la concentration (ou fraction molaire), en la résolvant en passant par l'espace de Fourier de la variable de l'espace z et en posant la condition initiale donnée par : $c(z, 0) = 0$ si $z > 0$ et $c(z, 0) = 1$ si $z < 0$ (soit une marche, qui en dérivant nous donne un pic de Dirac en 0), nous pouvons montrer après intégration que le gradient de concentration a la forme d'une gaussienne (concentration de la forme $\text{erf}(x)$) de largeur à mi hauteur : $\Delta z = 2\sqrt{\pi Dt}$.

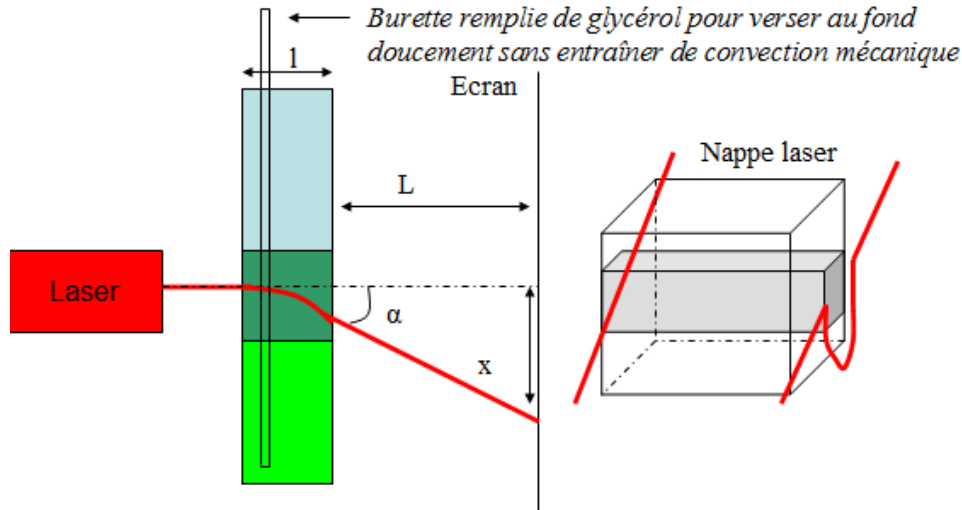


Figure 2: Schéma du système à étudier.

Nous allons réaliser l'étude optique de cette diffusion. A cause du gradient de concentration en glycérol, nous obtenons un gradient d'indice de réfraction dans la cuve (le glycérol et l'eau ayant des indices de réfraction différents). Ce gradient d'indice est donné par : $g \approx \frac{\Delta n}{\Delta z}$, avec $\Delta n = n_g - n_e$ où n_g et n_e sont respectivement les indices de réfraction du glycérol dilué 10 fois en volume par l'eau (si on ne la trouve pas, on peut faire une approximation de linéarité entre les deux indices en fonction de la dilution) et de l'eau.

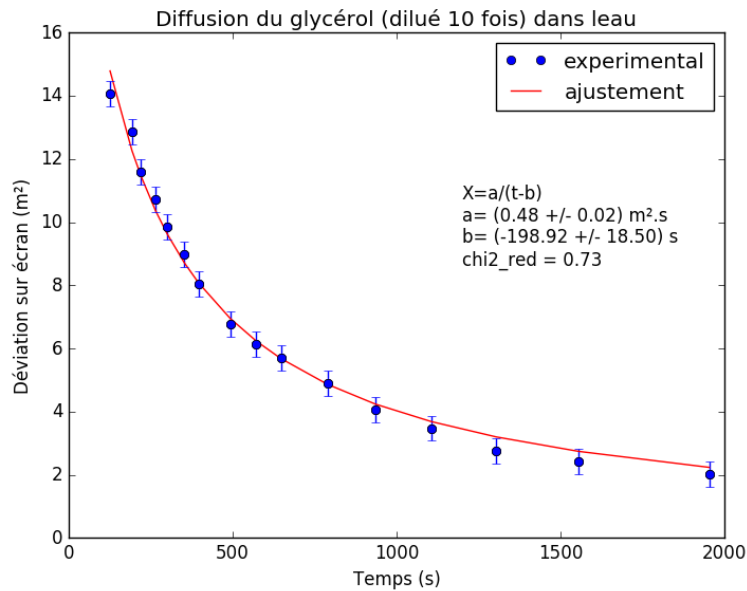


Figure 3:

Si nous envoyons un faisceau laser sur la cuve, celui-ci va être dévié à cause du gradient de concentration. La déviation (rayon de courbure) est calculée à l'aide de l'équation des rayons : $\frac{1}{R} \approx \frac{g}{n_0}$ où n_0 est l'indice de réfraction moyen de la cuve. Plaçons un écran à une distance L fixée de la cuve. Nous pouvons estimer l'abscisse x du point d'impact du laser après traversée de la cuve de longueur

l dont la trajectoire est de rayon de courbure R . En tenant compte de la déviation en sortie de la cuve (car le faisceau n'arrive plus perpendiculaire à la face arrière de la cuve), nous pouvons obtenir que : $x^2 = \frac{a}{t-t_0}$ où $a = \frac{L^2 l^2 (n_g - n_e)^2}{2^2 \pi D}$.

Pour mieux visualiser la déviation, nous envoyons une nappe laser inclinée de 45 degrés par rapport à l'horizontal. Cela nous permet non pas d'obtenir un point mais une déviation qui permet d'imager le gradient d'indice. La nappe laser se retrouve déformée au niveau de l'ancienne interface glycérol-eau. L'acquisition du profil de la déviation (notamment du maximum) au cours du temps à l'aide d'un écran dépoli et d'une caméra derrière, nous permet, avec un traitement d'image, de tracer $x^2 = f(t)$ (l'acquisition dure 30 minutes, et surtout ne pas oublier de d'étalonner la conversion pixel-cm).

La valeur trouvée nous donne un coefficient de diffusion $D = (17 \pm 2)10^{-10}m^2/s$. La valeur tabulée est de $D_t = 6.10^{-10}m^2/s$. Nous sommes dans le bon ordre de grandeur. En revanche, comme nous avons dilué le glycérol, le coefficient de diffusion théorique est différent. En effet, si nous utilisons la formule de Stokes-Einstein démontrée dans le cadre du mouvement Brownien, nous voyons que : $D_t = \frac{k_B T}{6\pi\eta R}$. Alors à cause de la modification de la viscosité, le D_t est différent puisque la valeur tabulée est donnée pour une "dilution infinie".

II. Conductivité thermique d'un barreau en aluminium

Nous réalisons le montage présenté sur la figure 7. Nous disposons d'un barreau de longueur $L = (42,0 \pm 0,2)cm$ et de diamètre $d = (3 \pm 0,2)cm$. Nous plongeons une extrémité du barreau dans bain de glace régulièrement alimenté en eau et en glace (température d'équilibre de 0 degrés C). En haut du barreau nous alimentons deux résistances en parallèle avec une tension $U = 4.8V$ et une intensité $I = 4A$: c'est la source de chaleur par dissipation par effet Joule. Une fois le régime stationnaire établi, nous pouvons montrer que la température dans le barreau d'aluminium prend une forme linéaire : $T(x) = T_0 - \frac{\Delta T}{L}x$ où par la suite on note : $\frac{\Delta T}{L} = g$ le gradient de température approximativement constant (on néglige les pertes latérales car on a calorifugé le barreau).

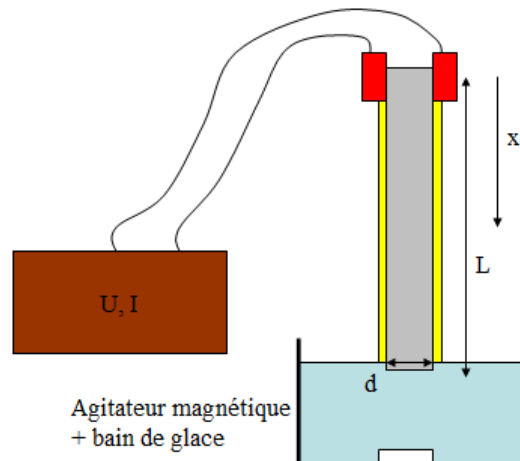


Figure 4: Schéma du système à étudier.

On mesure à l'aide de thermocouples préalablement étalonnés la température du système en régime stationnaire en diverses positions. On trace ensuite $T = f(x)$ et on en déduit le gradient de température qui règne au sein du barreau. Nous répétons plusieurs fois l'expérience pour réaliser

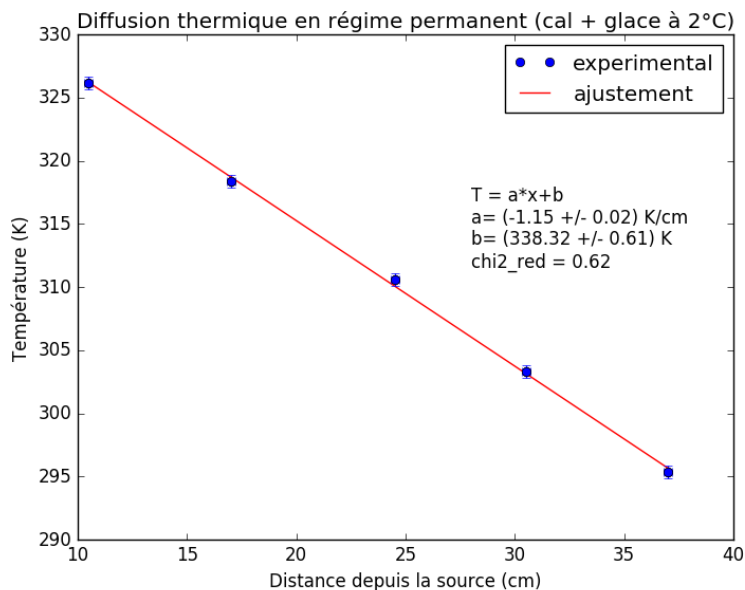


Figure 5:

une moyenne des résultats. Nous pouvons ensuite, à l'aide du gradient de température estimer une borne supérieure de la conductivité thermique. Pour cela, on estime que la puissance totale dissipée par effet Joule se propage en $x = 0$ dans le barreau et donc est égale au flux thermique. Nous avons donc : $P = UI = j_q \text{ in} S = \lambda g \pi \frac{d^2}{4}$. Cela nous permet d'estimer $\lambda = (200 \pm 40) \text{ W/K/m}$ ce qui est proche de la valeur tabulée.

Un moyen de donner une borne inférieure à cette conductivité thermique est d'établir le régime stationnaire, de retirer tous les glaçons du bain et de mettre sous la barre (et dans le bain) un glaçon sec à 0 degrés Celsius de masse connue. On chronomètre le temps τ qu'il faut attendre pour faire fondre le glaçon. Un bilan d'énergie nous permet d'établir que : $\frac{m_{\text{glaçon}} L_{\text{fusion}}}{\tau} \approx j_q \text{ out} S$. Je n'ai pas encore réalisé cette expérience, et dans l'expression précédente, L_{fusion} est la chaleur massique de fusion du glaçon.

Enfin, nous voyons qu'avec l'ajustement proposé, la température de la barre au niveau de l'eau n'est pas égale à la température de l'eau glacée (entre 0 et 2 degrés Celsius). Il y a donc des échanges de chaleur conducto-convectif. Le flux correspondant est alors : $j_c = h(T(L) - T_e)$ où h est le coefficient de Newton associé au transport conducto-convectif. On calcule alors à l'aide des données $T(L) = T_0 - gL$ avec $T_0 = 65$ degré Celsius, on obtient : $T(L) = 14, 18$ degrés Celsius. On admet qu'il n'y a aucune perte le long du barreau, ainsi, par conservation du flux : $j_c = j_q = \lambda g$. Après calcul, nous obtenons : $h = 1900 \text{ W/K/m}^2$ ce qui est beaucoup... Nous n'avons pas encore trouvé de valeur tabulée ce qui rend difficile l'analyse. En revanche, cette valeur élevée vient probablement du fait que la solution d'eau subit une agitation mécanique tout au long de l'expérience, car nous savons que h dépend de la vitesse du fluide (ce qui serait une expérience intéressante à réaliser).

III. Diffusion de l'information en électronique

Le régime transitoire étant difficile à observer dans le cas de la température, nous allons essayer d'évaluer la réponse transitoire d'un système à une sollicitation brusque. Le plus facile pour observer ceci est d'utiliser l'électronique. Nous pouvons montrer qu'une chaîne de blocs RC identiques

se comporte comme une équation de diffusion vis à vis d'un signal électrique (comme la propagation d'une onde avec le câble coaxial). Le coefficient de diffusion est donné par : $D = \frac{l^2}{RC} = \frac{L^2}{\pi^2\tau}$ où RC est le temps caractéristique de charge d'un condensateur, l la largeur d'une cellule, et L la longueur total du système. C'est le paramètre τ venant de la résolution théorique du problème que nous allons déterminer pour vérifier notre modèle.

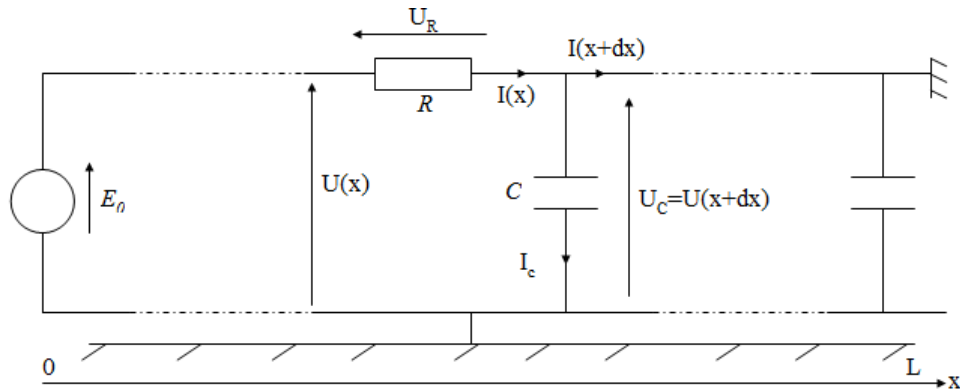


Figure 6: Schéma du système à étudier.

Pour cela, nous avons réalisé un enchaînement de 10 blocs RC avec $R = 1k\Omega$ sur une longueur de $L = 15cm$ sachant que chaque bloc fait une longueur de $l = 1,5cm$. Nous générons à l'aide d'un GBF un créneau de 0 à $E_0 = 10V$ à une fréquence de $10Hz$ avec un rapport de cycle de 50%. Le dernier condensateur est branché à la masse à ses deux bornes. Nous observons au préalable le signal à l'oscilloscope, et nous venons récupérer la tension aux bornes de tous les condensateurs sur une durée de $600\mu s$ avec un temps d'échantillonnage de $2\mu s$ (300 points) à l'aide de Latis Pro (choisis de tel sorte que nous pouvons voir toutes les montées des signaux : $T_{tot} = 10RC$). Nous n'oublions pas de faire un pré-trig de 25% pour mieux voir la montée du signal qui sera déclenchée sur la montée du créneau du GBF et récupérer un maximum de points.

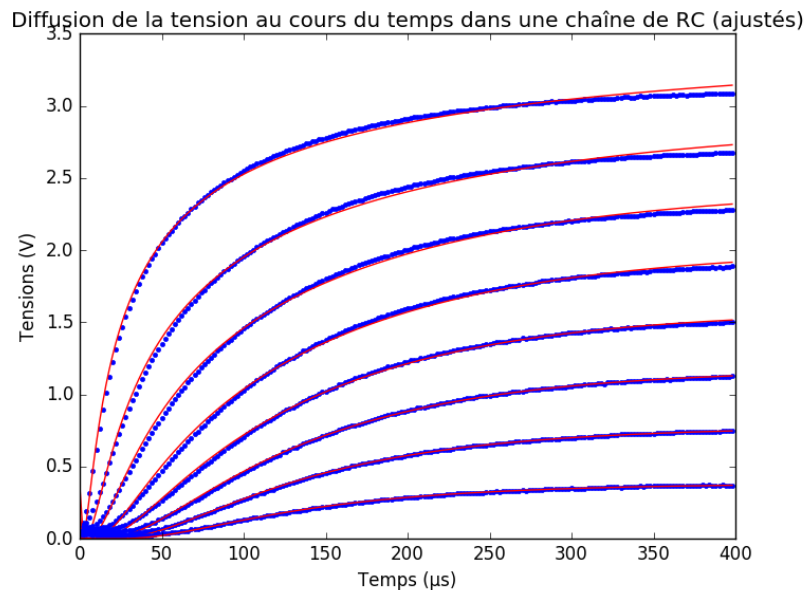


Figure 7:

Nous pouvons montrer que dans ces conditions excitatrices, la tension aux bornes d'un condensateur situé en x (en pratique une fraction décimale de L) prend la forme (décomposition en série de Fourier dépendante du temps + régime stationnaire) :

$$u(x, t) = E_0 \left(1 - \frac{x}{L}\right) - \frac{2E_0}{\pi} \sum_n \frac{1}{n} e^{-\frac{n^2\pi^2}{RC}t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (1)$$

C'est cette fonction que nous allons ajuster pour chaque valeur de x (numéro de la cellule) avec les données expérimentales. Nous remarquons que l'ajustement s'accorde avec l'expérience à première vue. Nous avons ici $D = \frac{l^2}{RC} = 22,5m^2/s$ avec $R = 1k\Omega$, $C = 10nF$ et $l = 1,5cm$. Expérimentalement on trouve $\tau = 105\mu s$, ce qui donne $D = 22,8\mu s$. Le modèle est alors convenable pour décrire l'évolution temporelle d'un comportement diffusif avec de telles conditions aux limites.

IV. Transport de l'énergie par rayonnement thermique

Nous cherchons à vérifier la loi Stefan qui nous dit que tout corps supposé noir et étant à la température T émet un rayonnement dit "d'équilibre thermique" ayant un spectre donné par la loi de Planck et qui intégré sur tout le spectre émet un "éclairage" : $\phi = \sigma T^4$ où $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} W/m^2/K^4$. C'est cette loi que nous allons essayer de quantifier.

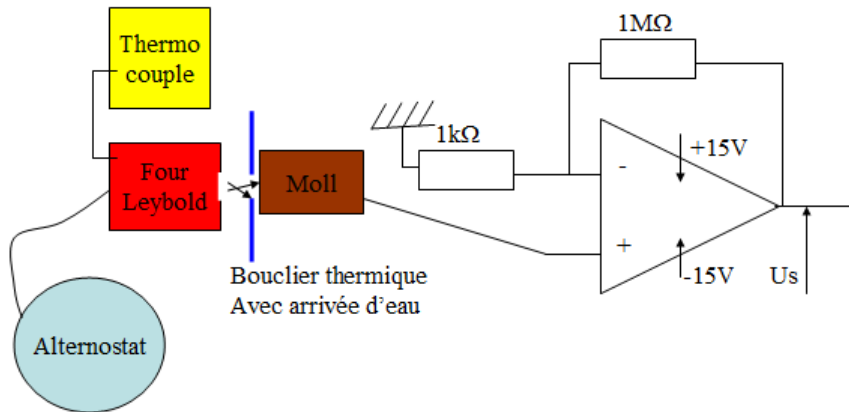


Figure 8: Schéma du système à étudier.

Nous alimentons avec un alternostat un four Leybold qui chauffe et percé d'un petit trou afin d'imiter le corps noir. Un thermocouple étalonné permet de mesurer la température du four à $0,2K$ près (lecture à la volée). Nous plaçons en face du trou (qui émet) une thermopile de Moll qui correspond à une dizaine de thermocouples peints en noir afin d'absorber le rayonnement incident. Pour avoir un maximum de précision sans être gêné par l'environnement, nous plaçons un bouclier thermique parcouru par un circuit d'eau juste en face de la thermopile. La thermopile de Moll délivre une tension qui est proportionnelle à l'éclairement incident.

Remarque : J'ai essayé de réaliser cet étalonnage en envoyant un laser rouge dont on contrôle l'intensité lumineuse à l'aide d'un couple polariseur-analyseur (utilisation de la loi de Malus). J'ai obtenu une sensibilité de $s = (16 \pm 2)mV \cdot m^2/W$. Attention, les polariseurs absorbent/réfléchissent une partie de l'intensité du laser, cela veut dire qu'il faut rajouter un luxmètre pour obtenir l'intensité de l'onde laser en sortie des deux polariseurs alignés pour obtenir les vraies valeurs d'intensité et bien convertir l'unité lux en W/m^2 pour la longueur d'onde du laser (réponse spectrale non plate du luxmètre contrairement à la thermopile). Enfin, comme les tensions délivrées sont de l'ordre du

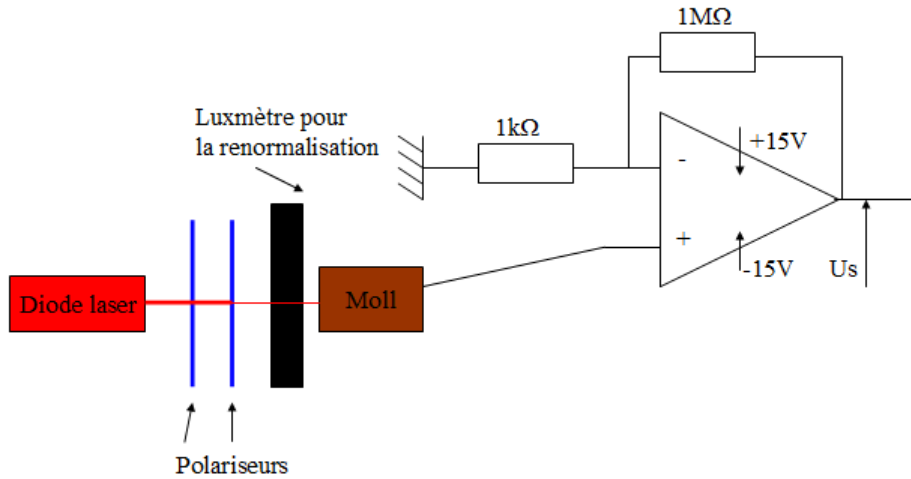


Figure 9: Montage pour la calibration.

mV, nous amplifions le signal grâce à un AOP en amplificateur x1000.

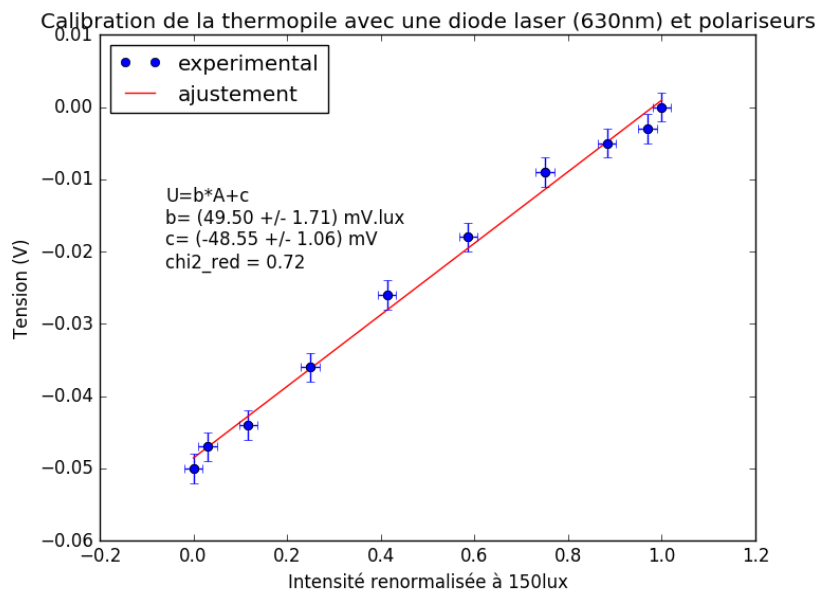


Figure 10:

Finalement, nous faisons chauffer le four et nous relevons sur une plage de température allant de la température ambiante à 200 degrés Celsius les couples (T, U) . Enfin, nous traçons la fonction : $U_s = a(T^4 - T_0^4)$ où T_0 est la température ambiante à retrancher puisque la thermopile est à température ambiante (et donc elle émet à cette température). Nous voyons que le comportement en T^4 est relativement bien respecté. Nous avons une pente égale à $a = \sigma = 2,31 \cdot 10^{-10} \text{V/K}^4$. Cela nous donne, compte tenu de la calibration effectuée précédemment, : $\sigma_{exp} = (1,6 \pm 0,2) \cdot 10^{-8} \text{W/m}^2/\text{K}^4$ ce qui est inférieur à la valeur attendue. Ceci est dû au fait que nous avons probablement des pertes thermiques, que nous ne récupérons peut être pas tout l'angle solide d'émission, ou encore que le corps considéré comme noir est effectivement un corps gris.

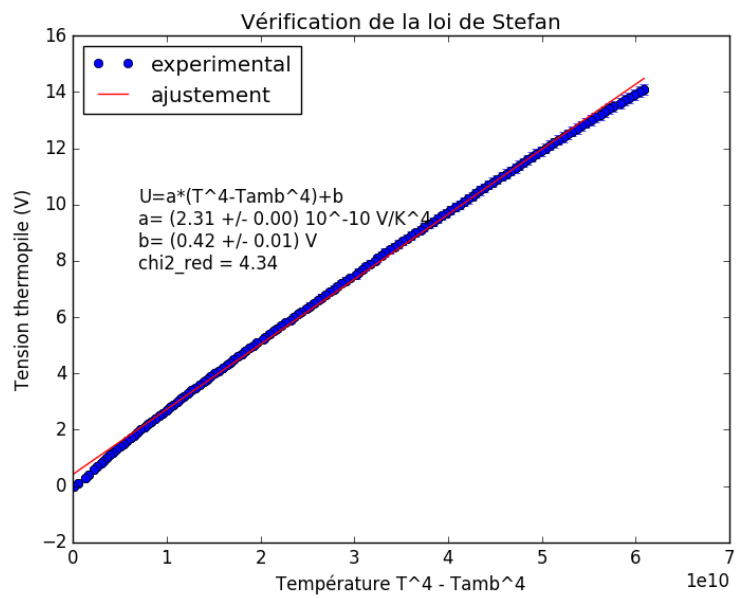


Figure 11: